

УДК 534.2.532

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ РАСПОЛОЖЕННЫХ В ЛИНИЮ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ ПРИ ИХ СОВМЕСТНОМ РАСШИРЕНИИ-СЖАТИИ¹⁾**А.И. ДАВЛЕТШИН, Д.Ю. ТОПОРКОВ***Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань**E-mail anas.davletshin@gmail.com; top.dmtr@gmail.com***INVESTIGATION OF DEFORMATION OF CAVITATION BUBBLES ARRANGED IN A LINE AT THEIR JOINT EXPANSION-COMPRESSION****A.I. DAVLETSIN, D.Y. TOPOROV***Institute of Mechanics and Engineering KazSC RAS, Kazan***Аннотация**

Изучается влияние гидродинамического взаимодействия расположенных вдоль прямой линии кавитационных пузырьков на их деформацию при их однократном сильном совместном расширении-сжатии. Исследуется зависимость этого влияния от числа взаимодействующих пузырьков, расстояния между ними, их начальной формы, физических параметров жидкости.

Ключевые слова: Кавитационный пузырек, гидродинамическое взаимодействие пузырьков, деформация пузырьков, сильное сжатие пузырьков.

Summary

Effect of hydrodynamic interaction of cavitation bubbles located in a straight line on their deformation during their one-time strong joint expansion-compression is studied. The dependence of this effect on the number of interacting bubbles, the distance between them, their initial shape, the physical parameters of the liquid is investigated.

Key words: Cavitation bubble, hydrodynamic interaction of bubbles, deformation of bubbles, strong compression of bubbles.

Введение

Одной из наиболее привлекательных для теории и приложений особенностей динамики пузырьков в жидкости является возможность достижения в определённых условиях в полости пузырьков экстремально высоких давлений, плотностей и температур. При этом известно, что для сильного сжатия содержимого как отдельных пузырьков, так и пузырьков, организованных в скопления, их форма должна сохраняться близкой к сферической. Эволюцию несферичности отдельных пузырьков при их расширениях-сжатиях можно считать довольно хорошо изученной [1]. Представляется, что деформация пузырьков, организованных в скопления, при их сильном совместном расширении-сжатии пока ещё не изучалась. В настоящей работе исследуется изменение формы кавитационных пузырьков при их однократном совместном расширении-сжатии. Рассматривается частный случай, когда пузырьки расположены вдоль прямой линии (в виде кометообразного стримера).

1. Математическая модель

Пузырьки находятся в пучности интенсивной ультразвуковой стоячей волны с давлением p_∞ , изменяющимся по закону

$$p_\infty = p_0 - p_a \sin(\omega t + \varphi_0),$$

¹⁾Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ (код проекта № МК-2244.2014.1).

где t — время, p_a , ω — амплитуда и частота колебаний, p_0 — статическое давление, φ_0 — фаза колебаний при $t = 0$. При отрицательных значениях давления жидкости пузырьки, начальный размер которых не превышает нескольких микрон, увеличиваются до величин порядка миллиметра. При положительных значениях давления жидкости пузырьки стремительно сжимаются. В результате взаимодействия пузырьки в ходе расширения-сжатия могут перемещаться вдоль прямой, на которой расположены их центры, а их поверхности деформироваться.

Уравнение поверхности пузырьков представляется в виде

$$r_i = R_i(t) + \sum_{n=2}^N a_{ni}(t) P_n(\cos \theta_i).$$

Здесь i — номер пузырька ($1 \leq i \leq K$, K — число пузырьков в стримере), r_i , θ_i — радиальная и широтная координаты сферической системы отсчета с началом в центре i -го пузырька, R_i — радиус i -го пузырька, a_{ni} — амплитуда (со знаком) отклонения формы от сферической в виде осесимметричной сферической гармоник — полинома Лежандра P_n степени n от $\cos \theta_i$, N — максимум среди номеров гармоник, определяющих несферичность пузырьков. Отклонения формы пузырьков от сферической предполагаются малыми, так что $|\varepsilon_{ni}| \ll 1$, где $\varepsilon_{ni} = a_{ni}/R_i$ — безразмерная амплитуда (со знаком) отклонения, которую в дальнейшем будем называть искажением.

Для описания низкоскоростной стадии совместной динамики пузырьков, которая включает всю фазу расширения и большую часть фазы сжатия, используется система обыкновенных дифференциальных уравнений для радиусов пузырьков R_i , координат их центров z_i и амплитуд отклонений их формы от сферической a_{ni} работы [2]. Данная система получена в предположении, что жидкость слабосжимаема, ее движение потенциально, газ в пузырьках гомобарический, давление пара p_i равно давлению насыщения $p_S(T_0)$, влияние плотности пара на эволюцию формы пузырьков пренебрежимо мало. Эти допущения для низкоскоростной стадии расширения-сжатия пузырьков вполне естественны.

В финальной высокоскоростной стадии процесс сжатия все более уклоняется от того, что соответствует низкоскоростной стадии и описывается упомянутой системой уравнений. Несмотря на это, следуя [2], здесь также применяется указанная система обыкновенных дифференциальных уравнений и с тем же давлением в пузырьках ($p_i = p_S(T_0)$). При этом сжатие пузырьков принудительно ограничивается радиусом R_c , соответствующим экстремальному сжатию пара в одиночном пузырьке, подвергнутом расширению-сжатию в аналогичных условиях. Для определения R_c применяется одномерная модель Р.И. Нигматулина динамики кавитационного пузырька при его однократном сильном расширении-сжатии [3]. В этой модели движение, как пара, так и жидкости описывается уравнениями газовой динамики, используются реалистичные широкодиапазонные уравнения состояния для пара и жидкости. Учитываются нестационарная теплопроводность в паре и жидкости, неравновесные испарение-конденсация на межфазной поверхности.

2. Результаты расчетов.

Рассматривается однократное расширение-сжатие кавитационных пузырьков в ацетоне (C_3H_6O) при температуре $T_0 = 20^\circ C$, статическом давлении $p_0 = 1$ бар. Давление в пучности стоячей волны p_∞ изменяется с частотой $\omega = 2\pi \times 19.3$ кГц и амплитудой $p_a = 15$ бар. Фаза колебаний давления p_∞ в момент времени $t = 0$ равна $\varphi_0 = \pi/2$. В этот момент давление жидкости p_∞ минимально и равно -14 бар. Давление пара p_i в пузырьках равно $p_S(T_0) \approx 0.24$ бар. Поверхностное натяжение $\sigma = \sigma(T_0) = 0.0276$ Н/м, вязкость жидкости $\mu = \mu(T_0) = 0.00042$ Н·с/м², скорость звука в жидкости $c_0 = 1131.7$ м/с, плотность жидкости $\rho_0 = 810$ кг/м³. При $t = 0$ полагается, что скорость поступательного движения пузырьков $\dot{z}_i = 0$, амплитуды отклонения их формы от сферической $a_{ni} = 0$, скорости изменения амплитуд несферичности $\dot{a}_{ni} = 0$, радиусы пузырьков $R_i = R_0 = 5$ мкм, скорость их изменения $\dot{R}_i = \dot{R}_0 = 0$. Расстояния между соседними пузырьками в стримере в начале расширения считаются одинаковыми $d_{ij}(0) = d_0$. Влияние различия начальных размеров пузырьков при $R_0 \leq 5$ мкм на их динамику несущественно, поскольку на стадии расширения она во многом определяется большими растягивающими напряжениями в жидкости. Большинство из полученных в работе результатов можно

использовать и при анализе деформаций неодинаково отстоящих друг от друга пузырьков. Для оценки влияния расстояния между пузырьками в стримере применяется параметр ζ , определяемый выражением $\zeta = d_0/(2R_{max})$.

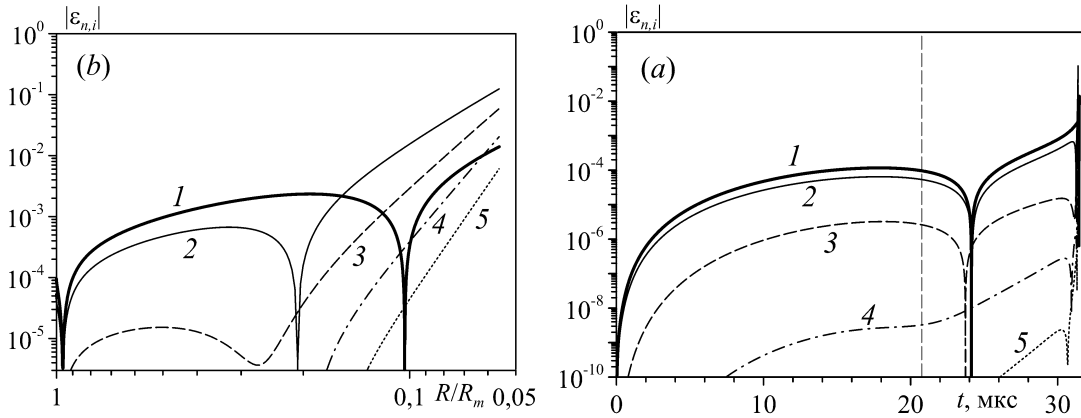


Рис. 1: Деформация пузырьков в стримере из трех равноотстоящих пузырьков по гармоникам с номерами $n = 2$ (кривые 1, 2), 3 (кривые 3), 4 (кривые 4), 5 (кривые 5) при $\zeta = 11$ (кривые 1 соответствуют центральному пузырьку, кривые 2-5 – боковым), при их расширении-сжатии (a) (вертикальная штриховая линия – граница между расширением и сжатием) и только на стадии их сжатия (b).

Зависимость деформаций пузырьков от их взаимного расположения в стримере при их сильном совместном расширении-сжатии иллюстрирует рис. 1 на примере стримера из трех равноотстоящих пузырьков. Особенности динамики среднего пузырька характеризуют закономерности динамики центральных пузырьков в стримере из многих пузырьков, а особенности динамики крайних пузырьков – закономерности динамики периферийных.

Одно из отличий процесса расширения-сжатия взаимодействующих и одиночных пузырьков состоит в том, что одиночный неподвижный пузырек, будучи изначально сферическим, остается таковым в ходе всего расширения-сжатия, тогда как изначально сферические пузырьки в стримере в результате взаимодействия деформируются (рис. 1). Можно отметить, что в результате взаимодействия центральный пузырек деформируется только по гармонике с номером $n = 2$, тогда как боковые – по всем гармоникам, причём центральный пузырек деформируется сильнее боковых в процессе их расширения, но существенно слабее при их сжатии, что объясняется резким ростом ускорения собственного поступательного движения боковых пузырьков в финальной высокоскоростной стадии сжатия. При этом вклад искажений сферичности боковых пузырьков в виде отдельных гармоник с ростом номера n уменьшается. Таким образом, как и сферичность одиночного неподвижного пузырька, сферичность пузырьков в стримере при их расширении-сжатии оказывается наименее устойчивой к длинноволновым возмущениям (по гармонике с номером $n = 2$).

На рис. 2 иллюстрируется зависимость деформаций пузырьков в стримере от их начальной несферичности. Для стримера из трех равноотстоящих пузырьков (при $\zeta = 11$) представлено изменение амплитуды несферичности центрального пузырька $\varepsilon_{2,2}$ для ее нулевого начального значения ($\varepsilon_{2,2}^0 = 0$) и двух ненулевых значений $\varepsilon_{2,2}^0$, одинаковых по модулю, но различающихся знаком. Для тех же двух ненулевых начальных значений приведена эволюция $\varepsilon_{2,2}$, полученная без учета взаимодействия между пузырьками.

Видно, что в начале расширения (при $t < 2$ мкс) центральных слабонесферических ($\varepsilon_{2,2}^0 \neq 0$) пузырьков стримера их несферичность уменьшается по тому же закону, что и при их расширении без учета их взаимодействия (что соответствует одиночным пузырькам). В отличие от одиночных пузырьков, деформация которых уменьшается в течение всей стадии их роста, деформация центральных пузырьков в стримере после их достаточно большого расширения (как после $t \approx 2$ мкс на рис. 2) начинает нарастать.

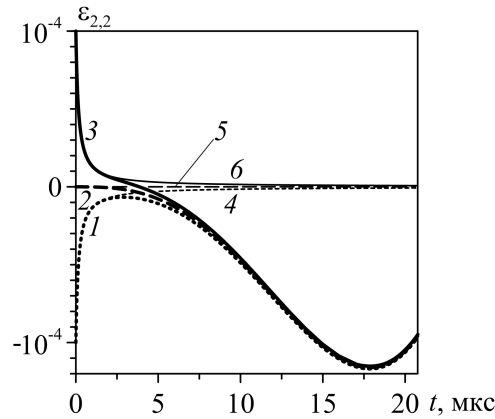


Рис. 2: Изменение в стримере из трех равноотстоящих пузырьков амплитуды несферичности $\varepsilon_{2,2}$ центрального пузырька в ходе расширения при $\varepsilon_{2,2}(0) = \varepsilon_{2,2}^0 = -10^{-4}, 0, 10^{-4}$ с учетом (кривые 1, 2, 3 соответственно) и без учета (кривые 4, 5, 6 соответственно) взаимодействия пузырьков.

Это обусловлено взаимодействием радиальных движений жидкости в окрестности соседних пузырьков. Как видно на рис. 2, пузырек вне зависимости от своей начальной формы (сферическая, слегка вытянутая или сплюснутая) в ходе своего расширения становится сплюснутым.

Очевидно, что форма центрального пузырька в конце расширения не будет зависеть от начального значения $\varepsilon_{2,2}^0$ и при $-10^{-4} < \varepsilon_{2,2}^0 < 10^{-4}$. По мере увеличения $|\varepsilon_{2,2}^0|$ вне этого диапазона влияние начальной формы все более возрастает, т.к. при больших значениях $|\varepsilon_{2,2}^0|$ начальная несферичность пузырьков при расширении просто не успевает достаточно сильно уменьшиться. Аналогичным образом форма центрального пузырька в конце расширения не зависит и от его малой начальной несферичности в виде других гармоник.

Все вышесказанное о зависимости деформации центрального пузырька в стримере от ее начальной несферичности относится и к боковым пузырькам. Таким образом, форма взаимодействующих изначально слабонесферических пузырьков в конце расширения определяется их гидродинамическим взаимодействием.

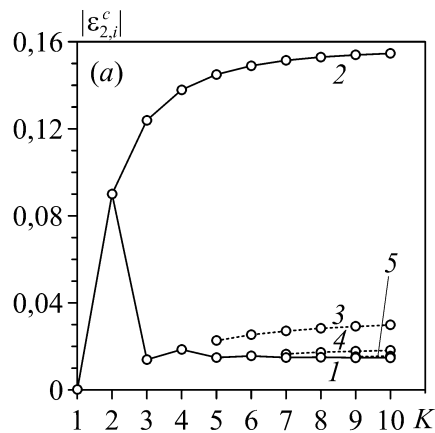


Рис. 3: Зависимость искажения сферичности пузырьков к моменту их максимального сжатия $|\varepsilon_{2,i}^c|$ от количества пузырьков в стримере K для центральных (1), крайних (2) и расположенных между ними пузырьков (3-5) при $\zeta = 11$.

Для оценки влияния числа пузырьков в стримере K на их деформацию использовалось сравнение уровня деформаций пузырьков в конце их сжатия (при радиусе R_c). Зависимость искажения сферичности пузырьков к моменту их максимального сжатия $|\varepsilon_{2,i}^c|$ от числа пузырьков K характеризует рис. 3.

Видно, что для центрального пузырька величина $|\varepsilon_{2,i}^c|$ с увеличением K быстро сходится к определенному пределу (при $K \geq 5$ разница не превышает 5%). При этом при четных значениях K величина $|\varepsilon_{2,i}^c|$ оказывается чуть больше, чем при ближайших нечетных (из-за небольшого поступательного движения двух центральных пузырьков в случае их четного числа).

При большом количестве пузырьков в стримере уже их группа в его центральной области деформируется к моменту достижения R_c практически так же, как центральный пузырек, и тем больше эта группа, чем больше K (при $K = 7$ — это три центральных пузырька, при $K = 8$ — уже четыре и т.д.).

Деформации боковых пузырьков при радиусе R_c значительно больше, чем остальных, при любом K , и с ростом K они возрастают, стремясь к определенному пределу. Такая закономерность объясняется увеличением с ростом K скорости пространственного смещения боковых пузырьков вдоль оси симметрии в финале сжатия. Их смещение зависит от поведения ближайших к ним пузырьков. Увеличением с ростом K скорости пространственного смещения объясняется и возрастание величины $|\varepsilon_{n,i}^c|$ других пузырьков. По мере удаления от краев стримера к его центру деформации пузырьков быстро уменьшаются.

3. Заключение.

Исследована деформация расположенных в линию (в виде кометообразного стримера) кавитационных пузырьков в ходе их совместного однократного расширения-сжатия в ацетоне. В частности показано, что: 1) при расширении более близкие к центру пузырьки деформируются сильнее, но к концу процесса сжатия их деформации оказываются меньше, чем у периферийных пузырьков; 2) форма взаимодействующих изначально слабонесферических пузырьков в конце расширения определяется их гидродинамическим взаимодействием; 3) в случае достаточно большого количества пузырьков в стримере (более 5) к концу процесса сжатия несколько пузырьков из центральной области стримера деформируются практически одинаково.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Putterman S.J., Weninger K.P.** Sonoluminescence: How Bubbles Turn Sound into Light // *Annu. Rev. Fluid Mech.* — 2000. — V. 32. — P. 445–476.
2. **Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю.** Динамика расположенных в линию кавитационных пузырьков в интенсивной акустической волне // *Вычислительные технологии.* — 2014. — Т. 19, № 1. — С. 3–19.
3. **Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Jr., Taleyarkhan R.** The Theory of supercompression of vapor bubbles and nanoscale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids.* — 2005. — V. 17, № 10. — P. 107106.

REFERENCES

1. **Putterman S.J., Weninger K.P.** Sonoluminescence: How Bubbles Turn Sound into Light // *Annu. Rev. Fluid Mech.* — 2000. — V. 32. — P. 445–476.
2. **Aganin A.A., Davletshin A.I., Toporkov D.Yu.** Dynamics of a line of cavitation bubbles in an intense acoustic wave [Динамика расположенных в линию кавитационных пузырьков в интенсивной акустической волне] // *Vychislitel'nye tehnologii.* — 2014. — V. 19, № 1. — P. 3–19. (in Russian)
3. **Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Jr., Taleyarkhan R.** The Theory of supercompression of vapor bubbles and nanoscale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids.* — 2005. — V. 17, № 10. — P. 107106.